

HAUTEURS DANS LE TRIANGLE

I) Définition

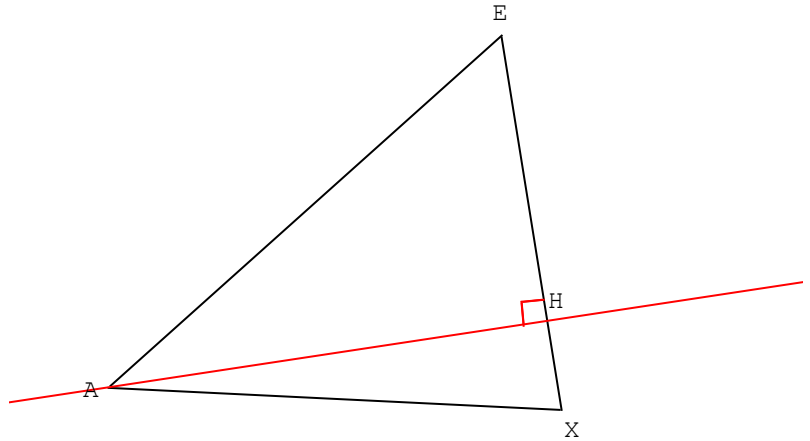
Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet, est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemples

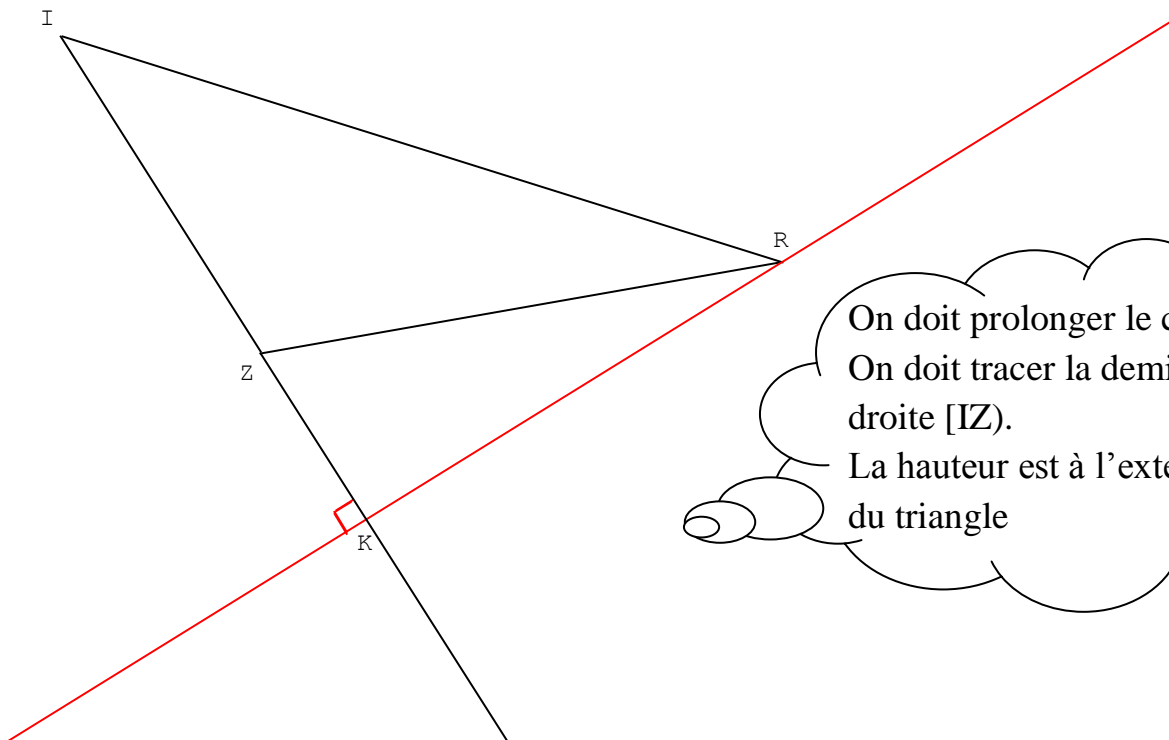
1) $AX = 6\text{ cm}$, $AE = 7\text{ cm}$ et $EX = 5\text{ cm}$

On a tracé la hauteur issue de A.

On dit aussi que c'est la hauteur relative au côté [EX]



2) $IR = 10\text{ cm}$, $RZ = 7\text{ cm}$ et $ZI = 5\text{ cm}$



On doit prolonger le côté.

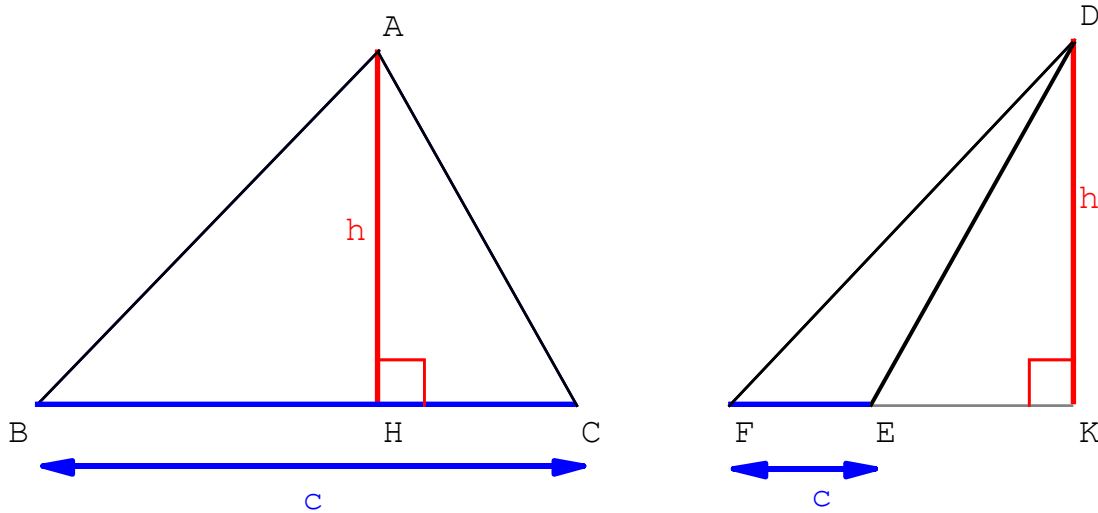
On doit tracer la demi-droite [IZ).

La hauteur est à l'extérieur du triangle

On a tracé la hauteur issue de R. C'est la hauteur relative au côté [IZ]

II) Hauteur et aire d'un triangle

Dans certains cas le mot « hauteur » désigne la longueur d'un segment.



Lorsque l'on calcule l'aire d'un triangle, on utilise la formule : $A = \frac{c \times h}{2}$
c désigne la longueur du côté et h désigne la « hauteur » relative au côté

Pour le triangle ABC : c est la longueur du côté [BC] et h est la longueur du segment [AH].
Pour le triangle DEF , c est la longueur du côté [EF] et h est la longueur du segment [DK].

Exemples

exemple 1 :

Calculons l'aire du triangle ABC ci-contre.

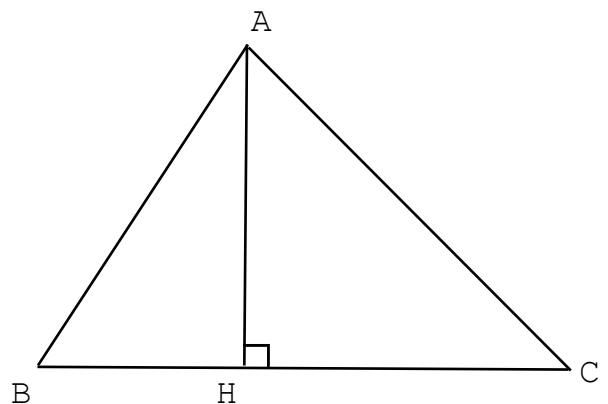
Dans ce cas, la hauteur désigne la longueur du segment [AH]

$$A = \frac{BC \times AH}{2}$$

$$A = \frac{7 \times 4,2}{2}$$

$$A = 14,7$$

L'aire du triangle ABC est de 14,7 cm².



exemple 2

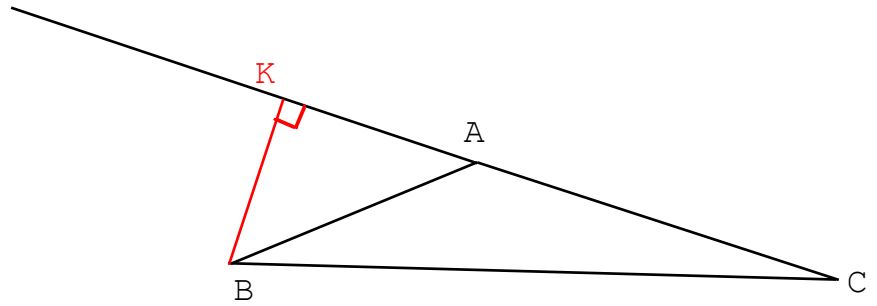
Calculons l'aire du triangle ci-contre.

Dans ce cas, la hauteur désigne la longueur du segment [BK]

$$A = \frac{AC \times BK}{2}$$

$$A = \frac{5 \times 2,3}{2}$$

$$A = 5,75$$



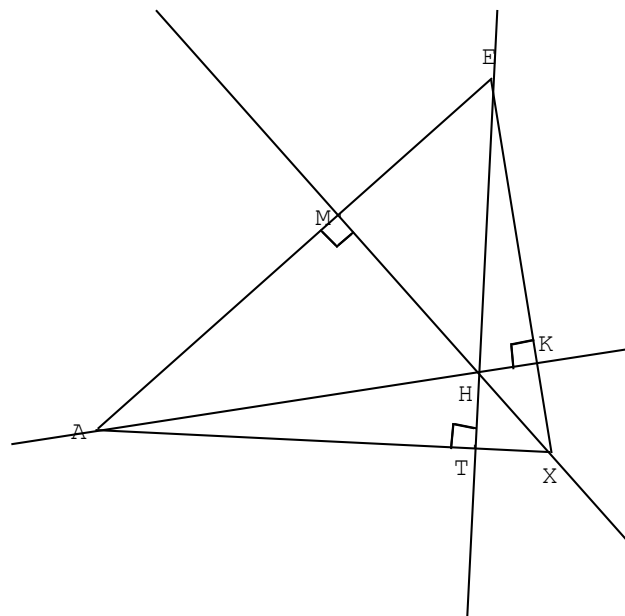
L'aire du triangle ABC est de 5,75 cm².

III) Orthocentre du triangle

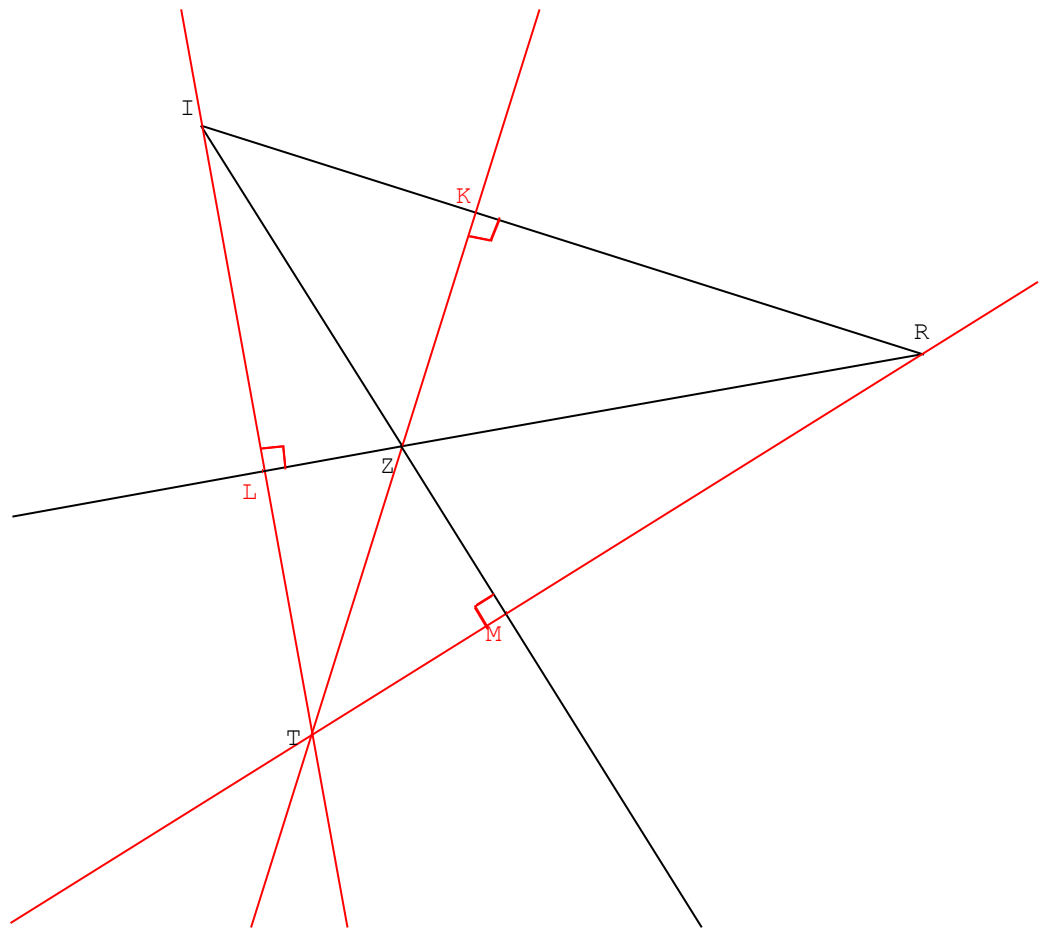
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes.
Leur point de concours s'appelle l'orthocentre du triangle.

1)

H est l'orthocentre du triangle AXE



2)



Le triangle a un angle obtus : l'orthocentre est à l'extérieur du triangle.

T est l'orthocentre du triangle RIZ

Z est l'orthocentre du triangle RIT